

# Charakteristische Kaustikverläufe in austretenden Strahlenbündeln von Elektronenkanonen <sup>\*, \*\*</sup>

KARL-JOSEPH HANSZEN und ROLF LAUER, Braunschweig

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt

(Z. Naturforsch. 24 a, 97–104 [1969]; eingegangen am 27. September 1968)

Die Systematik der recht komplizierten Kaustikverläufe im austretenden Strahlenbündel einer Elektronenkanone kann in einfacher Weise auf Abweichungen des kathodennahen Feldes von der Zentralsymmetrie und auf Bildfehler des übrigen, als Immersionslinse wirkenden Beschleunigungsfeldes zurückgeführt werden. Die Ergebnisse stehen mit dem Experiment in Einklang.

## I. Aufgabestellung

Die üblichen Elektronenkanonen mit Trioden-Systemen erzeugen einen virtuellen *Brennfleck* – das ist der virtuelle Überkreuzungsort der von den achsennahen Flächenelementen der Kathode ausgehenden Elementarbündel – etwa im Mittelpunkt (gekennzeichnet durch den Koordinatenwert  $z = 0$  auf der Achse) der kugelförmig gedachten Kathode, wenn das Wehnelt-Potential  $U_w$  gleich dem Kathodenpotential  $U_K$  ist. Erniedrigt man von diesem Arbeitspunkt ausgehend  $U_w$ , so wandert der Brennfleck hinter die Kathode ( $z$  wird negativ), schlägt bei einem durch die Bauart bestimmten Potential  $U_t$  nach  $z = +\infty$  um, rückt dann durch den Anodenraum wieder auf die Kanone zu und tritt in diese ein, bevor das Wehneltpotential das Sperrpotential erreicht hat.

Sehen wir von der Immersionswirkung der Beschleunigungsfelder ab, so ähnelt die Sammelfunktion der Elektronenkanone im paraxialen Bereich der Fokussierung, die eine elektrostatische Einzellinse im ersten Arbeitsbereich<sup>1</sup> auf ein Bündel ausübt, dessen Quellpunkt kurz vor der Linse liegt; (die reziproke Brennweite  $1/f$  steigt von 0 ausgehend bis zu einem Maximalwert und sinkt dann wieder auf Null, die bildseitige Hauptebene  $H'$  wandert von der Linsenmitte  $z_{H'} = 0$  nach  $z_{H'} = -\infty$ ).

Die außeraxialen Strahldaten einer solchen Linse sind nach HEISE<sup>2</sup> dadurch gekennzeichnet, daß die  $1/f$ - und  $z_{H'}$ -Werte in den Randzonen der Linse den entsprechenden Werten für die paraxiale Zone in

der angegebenen Reihenfolge stets etwas voraus-eilen. Hieraus ergibt sich folgender Sachverhalt: Kissenförmige Verzeichnung eines kurz hinter der Linse angeordneten Schattenobjekts bei schwacher Linsenerregung, tonnenförmige Verzeichnung bei starker Erregung.

Es wurde vermutet, daß die außeraxialen Strahlen in Elektronenkanonen ähnliche Charakteristiken besitzen. Erhärtet wird diese Vermutung durch die von HANSZEN<sup>3</sup> im verbesserten Schattenverfahren festgestellte Tatsache, daß die „Schattenkurven“, welche mit bewegten Blenden hinter Elektronenkanonen mit Wehneltpotential nahe am Sperrpotential aufgezeichnet wurden, in vieler Hinsicht den entsprechenden Kurven von *stark* erregten Einzellinsen gleichen. Leider vermindern sich diese Gemeinsamkeiten, wenn man Elektronenkanonen, deren Potentialvorhang in der Wehnelt-Ebene weit geöffnet ist, mit *schwach* erregten Linsen vergleicht. (Systematische Übersichten über die Gestalt der Schattenkurven von Elektronenkanonen befinden sich bei HANSZEN<sup>4, 5</sup>.)

Um die recht komplizierten Strahlüberschneidungen weit geöffneter Elektronenkanonen zu verstehen, dürfen wir das Fokussierungssystem der Kanone nicht als eine einzige Linse ansehen. Wir kommen zu weiterreichenden Ergebnissen, wenn wir das Kathodenmodell von LAUER<sup>6</sup> so erweitern, daß es den außeraxialen Bahnverlauf besser als früher erfassen kann. An dieser Stelle sollen hierzu einige grundsätzliche qualitative Überlegungen gebracht werden.

<sup>3</sup> K.-J. HANSZEN, Z. Naturforsch. 19 a, 896 [1964].

<sup>4</sup> K.-J. HANSZEN, Naturwiss. 51, 379 [1964].

<sup>5</sup> K.-J. HANSZEN, 3rd Europ. Regional Conference on Electron Microscopy, Prag 1964, Vol. A, S. 47.

<sup>6</sup> R. LAUER, Z. Naturforsch. 23 a, 100 [1968].

\* Auszugsweise vorgetragen auf der 4<sup>th</sup> European Regional Conference on Electron Microscopy am 5. 9. 1968 in Rom.

\*\* Herrn Prof. Dr. JAN VAN CALKER zum 60. Geburtstag.

<sup>1</sup> F. HEISE u. O. RANG, Optik 5, 201 [1949].

<sup>2</sup> F. HEISE, Optik 5, 479 [1949], insbesondere Abb. 5.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

## II. Das Kathodenmodell

LAUER<sup>6</sup> teilte das Feld in der Elektronenkanone ein:

- in ein kathodennahes Zentralfeld; durch dessen Wirkung scheinen die Hauptstrahlen aller Elementarbündel vom Kathodenmittelpunkt (Eintrittspupille) herzukommen.
- in ein Abbildungsfeld; dieses bildet die Eintrittspupille in den „Brennfleck“ ab.

Die generelle Abhängigkeit von Brennflecklage und -größe von der Wehnelt-Spannung konnte anhand dieses Modells verstanden werden.

### a) Genauere Beschreibung des kathodennahen Feldes

Die obengenannte Feldaufteilung ist möglich, wenn auf der Achse vor der Kathode kein Sattelpunkt (mit negativerem Potential als  $U_K$ ) auftritt<sup>7</sup>. In diesem Falle können mindestens die vom *paraxialen* Kathodenelement in beliebige Winkel emittierten Elektronen einheitlicher Energie die Kanone verlassen.

Unter dieser Voraussetzung trifft die Potentialfläche  $U = U_K$  die Kathodenoberfläche senkrecht in einer Verzweigungsstelle<sup>8</sup>. Diese begrenzt den Kathodenbereich, welcher Elektronen in das Strahlbündel aussendet. Das Feld vor der Kathode

kann also nur in der Nachbarschaft der Achse als Zentralfeld angesehen werden. Zum Rande des Emissionsbereichs hin werden dagegen die austretenden Elektronen schon kurz nach dem Verlassen der Kathode zur Achse hin gekrümmmt. Beim Eintritt in das Abbildungsfeld scheinen diese Elektronen also nicht mehr vom Mittelpunkt der Kathodenkugel als Eintrittspupille zu kommen. Letztere ist vielmehr in einer Kaustik entartet, deren Spitze in der Kathodenmitte liegt. Die Verhältnisse sind in Abb. 1 veranschaulicht.

In Anlehnung an GRIVET<sup>9</sup> legen wir der Kaustikbeschreibung folgende mathematischen Ansätze zugrunde: Für den Zusammenhang des Winkels  $\alpha$ , den die Hauptstrahlen in der Emissionsfläche zur Achse bilden, mit dem Winkel  $\alpha'$ , den die Strahlen *beim Eintritt in das Abbildungsfeld* besitzen, gelte:

$$\alpha' = \alpha(1 - c_a \alpha^2). \quad (1)$$

Für die Längsaberration  $\Delta z$  des Achsenchnittpunktes der Strahlasymptoten an die Hauptstrahlen beim Eintritt in das Abbildungsfeld gelte:

$$\Delta z = \frac{c_b \alpha^2}{1 - c_a \alpha^2}. \quad (2)$$

Hat  $\alpha$  den Wert  $\alpha_n = (c_a)^{-1/2}$ , so gilt

$$\alpha'_n = 0 \quad \text{und} \quad \Delta z = \pm \infty. \quad (3)$$

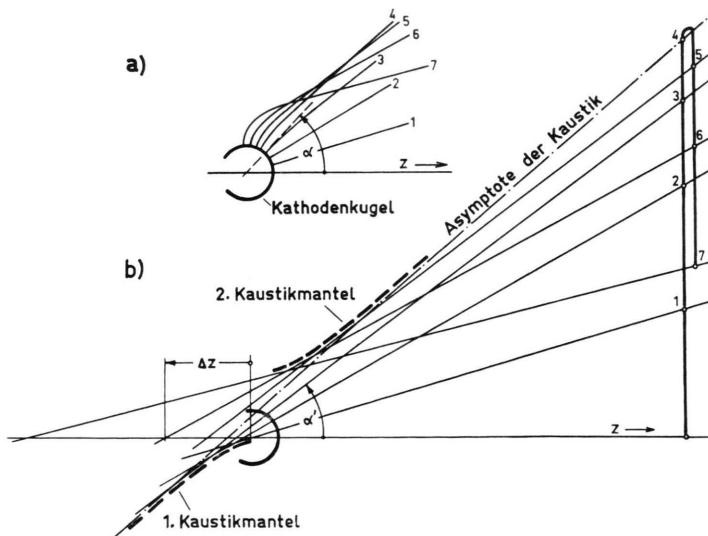


Abb. 1. Modell für den Strahlverlauf im kathodennahen Bereich; a) wahrer Verlauf der Hauptstrahlen; b) Hauptstrahlasymptoten bei Eintritt in das „Abbildungsfeld“. Der ganz rechts dargestellte und mit Zahlen bezeichnete Kurvenzug wird *Überdeckungsfigur* genannt.

<sup>7</sup> Das ist eine genauere Formulierung von Punkt 3 bei LAUER l.c. <sup>6</sup>, S. 101.

<sup>8</sup> Vgl. die Beispiele für eine ebene Kathodenfläche bei M. PLOKE, Z. Ang. Phys. **3**, 441 [1951], Abb. 2a; Be-

rücksichtigung des Raumladungseinflusses: M. PLOKE, Z. Ang. Phys. **4**, 1 [1952], Abb. 2.

<sup>9</sup> P. GRIVET, J. Phys. Rad. (8), **11**, 582 [1950], Gl. (12) und Abb. 9 sowie (8), **12**, 1 [1951].

Diese Gleichung kennzeichnet den Umschlagpunkt der Kaustik. Nimmt  $\alpha$  den Wert  $\alpha_m = (3c_a)^{-1/2}$  an, so erreicht  $\alpha'$  seinen Maximalwert  $\alpha'_m = \alpha_{\max}$ .

Da in diesem Aufsatz keine quantitativen Berechnungen geplant sind, braucht auf die Fehlerkonstanten  $c_a$  und  $c_b$  nicht näher eingegangen zu werden.

Wir nehmen weiterhin an, das Abbildungsfeld liege so weit von der Kathode entfernt, daß der Strahl mit  $\alpha' = \alpha'_{\max}$  beim Eintritt in das Abbildungsfeld schon angenähert die größte Einfallshöhe aller Strahlen an diesem Ort erreicht hat (das heißt, die Kaustik besitzt hier keine Krümmung mehr). Auf Grund dieser Annahmen ergeben sich Strahlverläufe, wie sie in Abb. 1 durch die Hauptstrahlen 1; 2; ...; 7 veranschaulicht sind ( $\alpha$  wächst von Strahl 1 bis 7;  $\alpha'$  erreicht sein Maximum bei Strahl 4). Es entsteht also eine zweischalige Kaustik der Strahlasymptoten. Denkt man sich in der Ebene, in der das Abbildungsfeld beginnen soll, einen Leuchtschirm aufgestellt, so ist auf ihm der bestrahlte Bereich durch die Schnittlinie der Kaustik mit der Schirmebene begrenzt. Innerhalb dieser Berandung gibt es einen Ring, in dem jeder Punkt des Schirms von Hauptstrahlen aus zwei ver-

schiedenen Kathodenelementen getroffen wird (wir nennen diesen Sachverhalt im folgenden „doppelte Überdeckung“), während im axialen Bezirk jeder Punkt auf dem Schirm nur von einem Strahl getroffen wird („einfache Überdeckung“). Diese Art der Überdeckung wird durch die rechts im Bild dargestellte *Überdeckungsfigur* kenntlich gemacht. Sie weist im vorliegenden Fall auf eine stark tonnenförmige Verzeichnung hin. Strahlenbündel mit der angegebenen Verteilung über den Querschnitt nennt man (nicht ganz zutreffend!) „Hohlstrahl“.

Das Zentraffeld allein führt also bereits zu einem Kaustiktyp, wie er hinter Einzellinsen auftritt, wenn diese so stark erregt werden, daß das Brechkraftmaximum bereits überschritten ist; vgl. hierzu die Meßergebnisse l.c.<sup>3</sup> Abb. 12 und 13 sowie l.c.<sup>10</sup> Abb. 23 bis 26 ( $p' - p'_{\alpha=0} \equiv \Delta z$ ). Die experimentelle Tatsache, daß für  $\Delta z = \infty$  gleichzeitig  $\alpha' = 0$  gilt, und daß sich  $\alpha(\alpha' = \max)/\alpha(\alpha' = 0)$  wie  $1/\sqrt{3}$  verhält, belegt besonders auffällig die Gültigkeit der Kaustikbedingungen (1) und (2).

### b) Das Abbildungsfeld

Aus l.c.<sup>6</sup> ist bekannt, daß das Abbildungsfeld im paraxialen Bereich wie eine Immersionslinse wirkt.

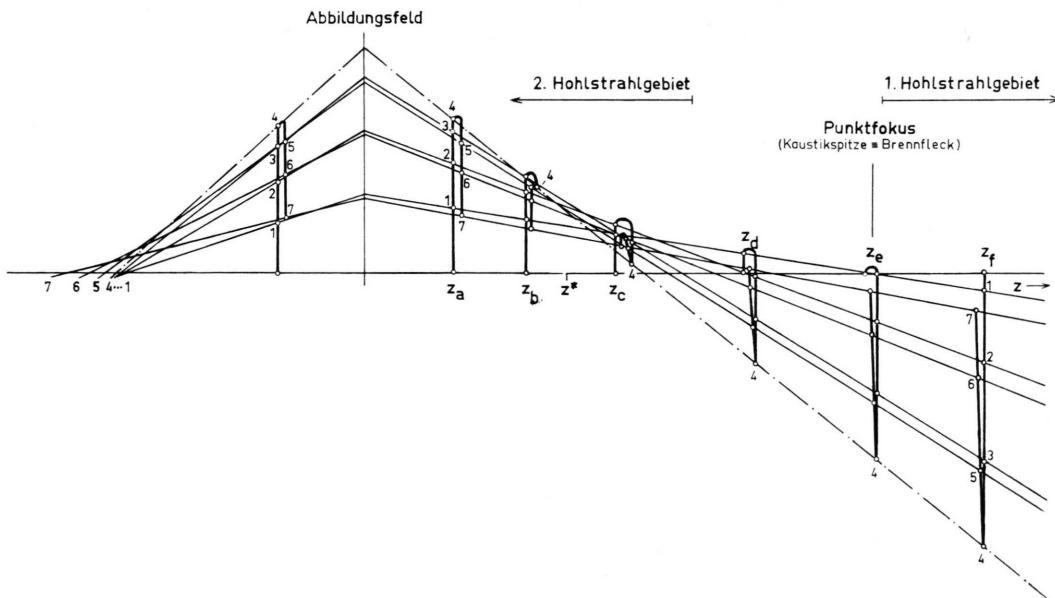


Abb. 2. Asymptotischer Verlauf der Hauptstrahlen; links: vor Eintritt in die Ebene der Wehnelt-Blende; rechts: nach Verlassen der Anode (schematisch).

<sup>10</sup> K.-J. HANSZEN und R. LAUER in Focusing of Charged Particles, hrsg. v. A. SEPTIER, Bd. 1, New York und London 1967, S. 251ff.

Zur Vereinfachung verzichten wir in Abb. 2 auf die zeichnerische Darstellung der Strahlkrümmung, welche durch den Immersionsanteil

$$\approx [(U_A - U_K)/(U_W - U_{Sperr})]^{1/2}$$

hervorgerufen wird ( $U_A$  = Anodenpotential). Ansonsten gibt Abb. 2 den Verlauf der Hauptstrahlen für größere Austrittswinkel  $\alpha$  in der gleichen Weise wieder, wie Abb. 1b der Arbeit 1.c.<sup>6</sup> den Verlauf der austretenden Strahlenbündel für kleine Winkel  $\alpha$ . Um die Übersicht noch mehr zu erleichtern, lassen wir die beiden Hauptflächen des Abbildungsfeldes in der Zeichnung in eine Ebene zusammenfallen. Damit vernachlässigen wir die Tatsache, daß sich die Hauptebenen in Abhängigkeit von  $\alpha'$  um einen Betrag  $\Delta z_H$  verschieben können und berücksichtigen lediglich die  $\alpha'$ -Abhängigkeit (und damit auch nach (1) die  $\alpha$ -Abhängigkeit) der beiden „Brennweiten  $f^*$ “. Wir sind dazu berechtigt, weil uns letzten Endes nur die Strahlverläufe nach Verlassen der Elektronenkanone interessieren. Nach den Erörterungen von HANSZEN und LAUER 1.c.<sup>10</sup>, insbes. S. 261 ff., überwiegt hier der Einfluß von  $\Delta f^*$ , wenn die Kanone nicht gerade einen „Punktfokus“ erzeugt, d.h. den Brennfleck in die Auffangebene abbildet. Die Prüfung des gezeichneten Modells an Erfahrungsdaten muß zeigen, ob diese Näherungen zu brauchbaren Ergebnissen führen.

Wir betrachten zunächst den Fall eines fehlerlosen Abbildungsfeldes. Dann wird die im Kathodenraum vorhandene Kaustik (s. Abb. 1) in den Anodenraum umgekehrt abgebildet (s. Abb. 3a); die Spitze dieser Kaustik ist identisch mit dem paraxialen „Brennfleck“. Durch die Zahlenpaare (0, 1) usw. wird angedeutet, welche Strahlen von Abb. 2 sich an der betreffenden Stelle der Kaustik schneiden. Auch die *abgebildete* Kaustik schlägt von  $z = -\infty$  nach  $z = +\infty$  um.

Ganz andersartige Verhältnisse treten auf, wenn die Fehler des Abbildungsfeldes mitberücksichtigt werden. Abb. 2 zeigt im rechten Teil die ausgezeichneten Strahlengänge, Abb. 3b die Gestalt der jetzt auftretenden Kaustik. Im einzelnen wurde der Strahlverlauf von Abb. 2 nach der Knickung in der Ebene  $z = z_W$ , in welcher der Einfluß des Abbildungsfeldes zusammengefaßt wird, wie folgt konstruiert:

Wir gehen aus von den Strahlen 1 bis 4. Sie besitzen in Kathodennähe so kleine Längsabweichungen  $\Delta z$ , daß sie nahezu von einem einzigen Achsenpunkt herzukommen scheinen. Für die Längsabweichung  $\Delta z_B$  vom Brennfleck können wir demnach in der Gleichung

$$\Delta z_B = c \alpha'^2, \quad (5)$$

die für nicht zu starke Linsen gültig ist, den Koeffi-

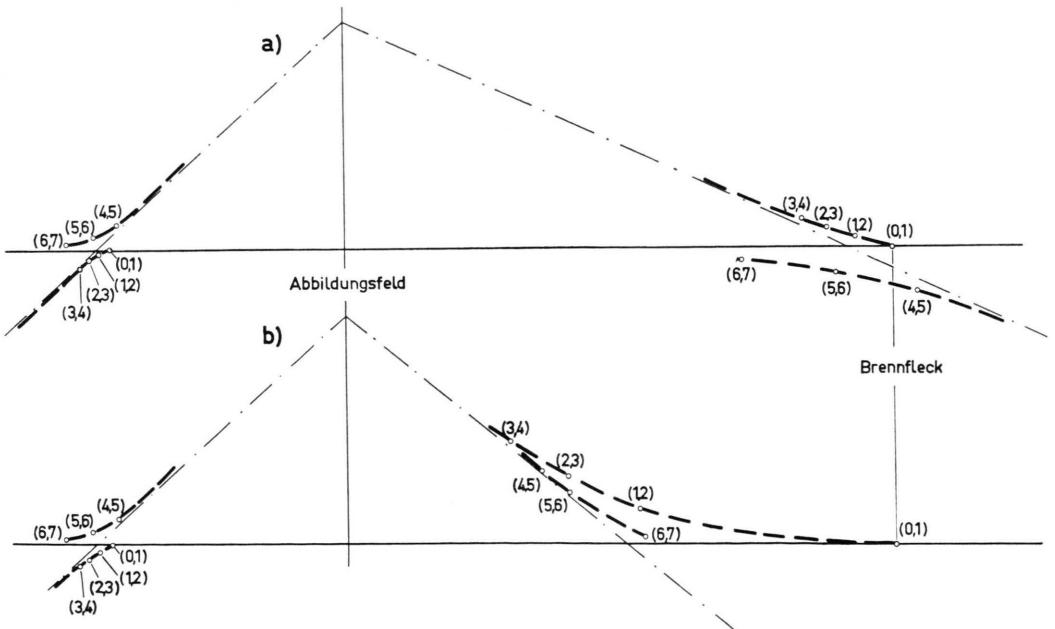


Abb. 3. a) Wirkung eines idealen, b) eines fehlerhaften Abbildungsfeldes auf den Kaustikverlauf des austretenden Bündels.

zienten  $c$  als unabhängig von  $\alpha'$  ansehen. Damit ergeben sich nach Verlassen des Abbildungsfeldes die gezeichneten Austrittsasymptoten. Sie spannen nunmehr einen Kaustikmantel auf, dessen Spitze an der gleichen Stelle wie in Abb. 3a liegt, im übrigen Verlauf aber stärker durchhängt und die Knickebene wieder an der alten Stelle trifft.

Wir betrachten nun die Orte, an denen die Strahlen 1; 2; 3 in das Abbildungsfeld eintreten. Sie werden hier von je einem weiteren Strahl 7; 6; 5 getroffen, deren Achsenschnittpunkt schon merklich hinter dem Kathodenmittelpunkt liegt. Im Rahmen unserer Voraussetzungen können wir die Strahlknickungen in jeder Linsenzone wie die Brechungen an einem Prisma betrachten, das einen kleinen Winkel an der brechenden Kante besitzt und um kleine Winkel ablenkt. In diesem Falle ist der Ablenkwinkel in jeder Linsenzone unabhängig vom Einfallswinkel. Es ist daher möglich, die Brechung der Strahlen 5; 6; 7 mit der bereits bekannten Brechung der Strahlen 1; 2; 3 gleichzusetzen.

Die Strahlen 4; 5; 6; 7 bilden gemäß Abb. 3b, ganz im Gegensatz zu den Verhältnissen von Abb. 3a, wiederum einen Kaustikmantel, der stets im Inneren des erstgenannten Kaustikmantels liegt. Auf ihm liegen die Strahlschnittpunkte (4, 5); (5, 6); (6, 7) in umgekehrter Reihenfolge wie in Abb. 3a und bilden mit dem ersten Mantel im Sinne von LENZ<sup>11</sup> eine *Kaustikschnide*. Das Ende des neuen Kaustikmantels wird durch die Austrittsasymptote jenes Hauptstrahls festgelegt, der vom Rande des in das Strahlenbündel emittierenden Kathodenbereichs ausgeht. In unseren Darstellungen ist das Kaustikende durch den Schnittpunkt (6, 7) gekennzeichnet: Der zweite Kaustikmantel von Abb. 2 und 3b erreicht die Achse nicht. (Wenn er sie in anderen denkbaren Fällen durchschneidet, liegt am Schnittpunkt ein *Kegelfokus* vor<sup>11</sup>).

Auf folgenden Sachverhalt muß noch hingewiesen werden: Strahl 4 begrenzt zwar im rechten Teil von Abb. 2 und 3b das Strahlenbündel nach außen, er stellt aber hier im eigentlichen Sinne keine Kaustik dar, weil er in diesem Bereich nicht mehr von benachbarten Strahlen geschnitten wird.

Strahl 4 hat in Abb. 3a die Eigenschaft, in solcher Weise Asymptote der Kaustik zu sein, daß sich *vor* und *hinter* dem Brennfleck je ein Kaustikmantel (von der der Achse abgekehrten Seite) diesem Strahl

nähert. Diese Eigenschaft ist jetzt verlorengegangen. Strahl 4 ist nunmehr Asymptote von zwei Kaustikmänteln, die sich ihm *beide vor* dem Brennfleck (und zwar wiederum von der der Achse abgekehrten Seite) nähern.

### III. Charakteristische Strahlverläufe im austretenden Bündel

Ähnlich wie am Ende von Abschnitt IIa anhand von Abb. 1, wollen wir jetzt in Abb. 2 die Überdeckungsfiguren diskutieren, die nach dem Austritt des Strahlenbündels aus dem Abbildungsfeld in den Ebenen  $z_a$ ;  $z_b$ ; ...;  $z_f$  auftreten.

In der Ebene  $z_a$ , d.h. kurz hinter der letzten Brechung, liegt ein *Hohlstrahl* vor, dessen „Wulst“ nach außen durch einen Kaustikmantel und nach innen durch die vom Rande des Emissionsbereichs der Kathode emittierten Strahlen begrenzt wird. Sehr weit von der Kathode entfernt, in der Ebene  $z_f$  liegt ein ähnlicher Hohlstrahl vor; sein äußerer Rand wird allerdings nicht von einer echten Kaustik gebildet. Auf diesen Umstand wird später noch zurückzukommen sein.

In den Ebenen  $z_b$  bis  $z_e$  treten komplizierte Faltungen des Strahlenbündels auf. Strahl 4 ist sozusagen der Haken, an dem die Überdeckungsfigur nach unten gezogen wird. Horizontal verlaufende Stücke der Überdeckungsfiguren (in der Ebene  $z_e$  hat die Überdeckungsfigur z.B. zwei solche „Bögen“) zeigen die Lage der Kaustiken in der jeweiligen Beobachtungsebene an. Existieren beide Kaustikmäntel, so treten nach Ausweis dieser Figuren in der Beobachtungsebene Bereiche auf, die vierfach mit Elementarstrahlenbündeln überdeckt sind. Verschwindet eine der Kaustiken, so vereinfacht sich die Überdeckungsfigur.

Wir haben nun zu prüfen, wie weit die aus den Abbildungen abzulesenden Verhältnisse mit den experimentellen Befunden übereinstimmen. Die in den Abbildungen dargestellte Abhängigkeit der Überdeckungsfiguren von der Achsenkoordinate  $z$  ist für die Praxis von untergeordneter Bedeutung. Wir wollen daher auf ihre experimentelle Verifizierung nicht eingehen. Weit größere praktische Bedeutung besitzt die Abhängigkeit der Überdeckungsfiguren von der Wehnelt-Spannung bei fester Lage der Beobachtungsebene. Da beide Abhängigkeiten miteinander verknüpft sind, werden wir versuchen, die Wehnelt-Spannungsabhängigkeit auf die Befunde von Abb. 2 und 3 zurückzuführen.

<sup>11</sup> F. LENZ, Habilitationsschrift, T.H. Aachen 1957.

#### IV. Strahlcharakteristiken und Wehnelt-Spannung

Im ersten Abschnitt dieser Arbeit wurde bereits mitgeteilt, wie sich der Brennfleck (in der genaueren Bezeichnung also die *Kaustikspitze*) in Abhängigkeit von der Wehnelt-Spannung längs der optischen Achse verschiebt. Wenn  $U_w \approx U_{Sperr}$  ist, findet man in einer einige Dezimeter von der Elektronenkanone entfernten Ebene (das ist der gebräuchliche Arbeitsabstand einer Kanone) bezüglich der Brennflecklage ähnliche Verhältnisse wie in der Ebene  $z_f$  von Abb. 2 vor; wenn  $U_w \approx U_t$  ist, gilt ähnliches für die Ebene  $z_e$ ; wenn  $U_w > U_t$  wird, liegen dort die Verhältnisse wie in  $z_d$ ,  $z_c$  usw. vor. Wir nehmen im folgenden an, daß diese Befunde nicht nur für die Kaustikspitze gelten, sondern näherungsweise auch für die gesamte Kaustikfigur; (auf die veränderten Maßstabverhältnisse bei variierter Wehnelt-Spannung soll allerdings kein Bezug genommen werden).

Die letzte Annahme ist nicht trivial. Denn bei Veränderungen der Wehnelt-Spannung ändern sich sowohl die Daten des kathodennahen Feldes (insbesondere der effektive Emissionsbereich der Kathode) wie auch die des Abbildungsfeldes, und damit die Fehlerkonstanten beider Felder in nicht näher bekannter Weise. Es ist daher anzunehmen, daß unser Modell nicht alle Feinheiten exakt wiedergeben kann. Trotzdem ist sein Anwendungsbereich so groß, daß die nachfolgende Diskussion gerechtfertigt ist.

Zur Prüfung unseres Modells an der Erfahrung greifen wir zunächst auf die früher<sup>12</sup> mitgeteilten Überdeckungsfiguren zurück, die mit dem einfachen Schattenverfahren gewonnen wurden. Die Gestalt der Überdeckungsfiguren von Bild 2 der alten Mitteilung hängt, ziemlich unabhängig vom Abstand Kathode—Wehnelt-Blende, im wesentlichen nur von  $(U_w - U_{Sperr})$  ab. Wenn die Kathode weit genug in das Loch der Wehnelt-Blende eintaucht, treten im Bereich negativer Wehnelt-Spannungen bereits alle Überdeckungsfiguren von Abb. 2 des jetzigen Beitrages auf. Ein Beispiel hierfür zeigt die Folge der Überdeckungsfiguren in der rechten Spalte von Bild 2 der früheren Mitteilung. Dieses Bild belegt auch die Tatsache, daß der Punktfokus von zwei Hohlstrahlgebieten eingehaumt wird. Das

Hohlstrahlgebiet, welches bei negativeren Wehnelt-Spannungen als der Punktfokus auftritt, ist das den meisten Benutzern bekannte. Wir wollen es *erstes Hohlstrahlgebiet* nennen. Erzeugt die Kanone einen solchen Hohlstrahl, dann haben die Strahlen bereits vor der Beobachtungsebene einen „Brennfleck“ durchlaufen. Anders liegen die Verhältnisse im *zweiten Hohlstrahlgebiet*, das bei positiveren Wehnelt-Spannungen als der Punktfokus auftreten kann. Hier finden vor der Beobachtungsebene auf der Achse keine Strahlüberschneidungen statt.

Die Überdeckungsfiguren von Abb. 2 weisen weitere Einzelheiten auf, die in den experimentellen Ergebnissen der alten Veröffentlichung keine Entsprechung finden. Um festzustellen, ob auch diese in der Praxis auftreten, wollen wir Messungen mit den verbesserten Schattenverfahren<sup>3</sup> zu Rate ziehen.

#### V. Strahlcharakteristiken und Schattenkurven

Registriert man den Kurvenzug, welchen der von einem quer durch das Strahlenbündel bewegten Blendenloch hindurchgelassene Strahl auf einer senkrecht zu der Bewegungsrichtung des Loches sich verschiebenden Photoplatte beschreibt, so können aus dieser „Schattenkurve“ die Kaustikverhältnisse des gesamten Bündels abgelesen werden<sup>3</sup>. Originalschattenkurven wurden l.c.<sup>3</sup> Abb. 7 und 8, graphische Skizzen der charakteristischen Merkmale einer Serie von solchen Kurven in Abhängigkeit von der Wehnelt-Spannung l.c.<sup>4,5</sup> mitgeteilt.

In Abb. 4a dieses Aufsatzes wird für unser Modell eine Schattenkurve konstruiert. Wir stellen uns dabei vor, das Blendenloch bewege sich in der Ebene  $z^*$  mit der gleichen Geschwindigkeit wie die Photoplatte in der Ebene  $z_c$ . Wie aus diesem Beispiel zu erkennen ist, sind die Überdeckungsfiguren von Abb. 2 zeichnerisch so angelegt, daß sie den gleichen Informationsgehalt wie die Schattenkurven besitzen.

Wenn man von den hier nicht zur Diskussion stehenden Maßstabfaktoren der einzelnen Überdeckungsfiguren absieht, zeigt die Serie der Überdeckungsfiguren von Abb. 2 in der Reihenfolge  $z_c, \dots, z_f$  die gleichen charakteristischen Merkmale wie die o.a. Skizzenserie in der Reihenfolge a bis g. Bis hierhin befinden wir uns in guter Übereinstimmung mit den bereits im letzten Abschnitt mit-

<sup>12</sup> K.-J. HANSZEN, Electron Microscopy, 5<sup>th</sup> International Congress for Electron Microscopy, Philadelphia 1962, Bd. 1, KK-11.

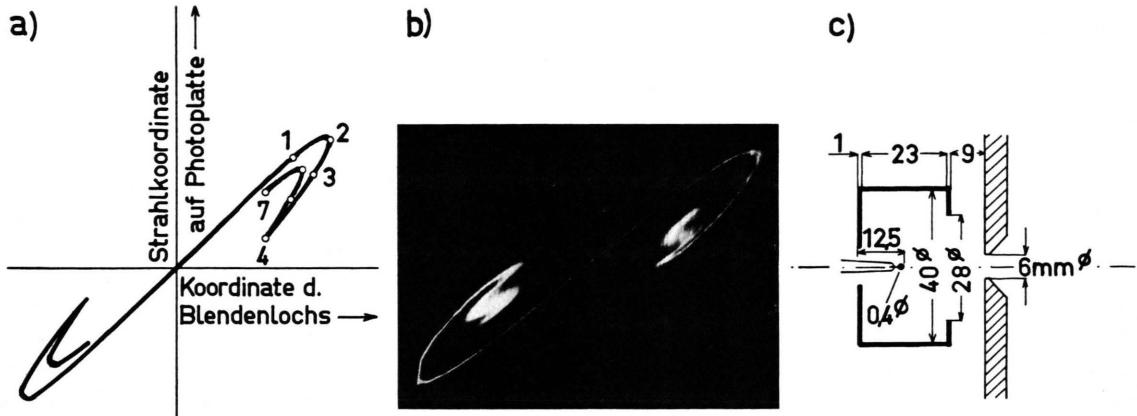


Abb. 4. a) Beispiel einer Schattenkurve; konstruiert für Ebene  $z_e$  in Abb. 2; b) experimentell ermittelte Schattenkurve, aufgenommen mit der in c) dargestellten Elektronenkanone (Translationsverhältnis  $m = 5$  zwischen Photoplatte und Blende; Beschleunigungsspannung  $(U_A - U_K) = 10$  kV; Wehnelt-Spannung  $(U_W - U_K) = -850$  V; Sperrspannung  $(U_{Sperr} - U_K) = -1020$  V).

geteilten Versuchen. Es fragt sich, ob auch die Besonderheiten der Überdeckungs- bzw. Schattenkurven unseres Modells, die über die Ergebnisse der früheren Systematik hinausgehen, Realität besitzen. Sorgfältige Vergleiche zwischen Theorie und Experiment führen zu folgenden Ergebnissen:

1. Die Überdeckungsfiguren bei  $z_e$  und  $z_f$  von Abb. 2 sagen aus, daß die Schattenkurven im ersten Hohlstrahlgebiet keine abgerundete Kurven, sondern scharfe Spitzen besitzen. Das wurde in der Tat in Strahlenbündeln aus allen untersuchten Elektronenkanonen beobachtet, besonders ausgeprägt bei der gebräuchlichsten Elektronenkanone mit einer Lochblende als Steuerelektrode, l.c.<sup>3</sup>, Abb. 8. (Die experimentellen Schattenkurven sind in den Spitzen allerdings infolge „Energiedispersion“ etwas verbreitert und abgerundet.) Das Auftreten der scharfen Spitzen hängt nach den Ausführungen am Anfang von Abschnitt III damit zusammen, daß das austretende Strahlenbündel in den zur Diskussion stehenden Fällen nicht durch eine echte Kaustik begrenzt ist.

2. Als diese aus dem Modell gewonnenen Erkenntnissen noch nicht vorlagen, wurde vermutet<sup>4</sup>, am Rand des Strahlenbündels liege auch in den Ebenen  $z_d, \dots, z_f$  eine echte Kaustik vor, die sich in einem horizontalen Tangentenstück in den Umkehrpunkten der Schattenkurven bemerkbar macht. Es wurde angenommen, ein „Kegelfokus“ könne erzeugt werden, wenn der Potentialvorhang der Wehnelt-Blende so weit geöffnet wird, daß die beiden genannten Umkehrpunkte in der Abszisse zusammenfallen.

In Übereinstimmung mit den jetzigen Erkenntnissen wurde in der Zwischenzeit festgestellt, daß gebräuchliche Elektronenkanonen wegen der starken Krümmung der Schattenkurven in den Umkehrpunkten keine Eignung zur Erzeugung eines praktisch verwertbaren Kegelfokus besitzen. Die neuen Erkenntnisse am Modell machen es deutlich, weshalb Versuche zur Erzeugung eines Kegelfokus mit großräumigeren Elektrodensystemen ebenfalls zu keinem durchschlagenden praktischen Erfolg führen konnten. Unser Modell weist vielmehr darauf hin, daß ein Kegelfokus nur dann realisierbar ist, wenn es gelingt, den zweiten Kaustikmantel so zu verlängern, daß er die optische Achse schneidet. Die inneren Bögen der Schattenkurven (s. Abb. 4a) berühren dann die Abszisse.

3. Daß die charakteristischen Merkmale der Schattenkurve von Abb. 4a praktisch auftreten können, zeigt die Originalschattenkurve von Abbildung 4b. Die Daten der zugehörigen Elektronenkanone sind in Abb. 4c angegeben. Dieses Beispiel belegt, daß das Modell die in der Praxis möglichen Mehrfachüberdeckungen weitgehend zu beschreiben vermag.

## VI. Schlußbemerkungen

Das früher mitgeteilte<sup>6</sup> *paraxiale* Modell für die Elektronenkanone führte auf quantitativ auswertbare Beziehungen zwischen den elektrischen Betriebsdaten und den Brennfleckdaten. Das in diesem Artikel vorgeschlagene Modell für den Kaustikstrahlengang ist nicht zu so weitreichenden

Ergebnissen fähig. Seine Anwendung auf die Praxis zeigt aber, daß es alle bis jetzt bekannten Erscheinungen richtig wiedergibt. Darüber hinaus machte es auf einige unbekannte Sachverhalte aufmerksam, die im Experiment bestätigt werden konnten. Ferner erklärte es das Mißlingen umfangreicher praktischer Bemühungen. Es wird erwartet, daß dieses Modell auch in anderen Fällen die Entstehung komplizierter Kaustikfiguren verständlich macht und daß es dem Experimentator Hinweise gibt, wie er die Potentialverhältnisse im kathodennahen Bereich und im Bereich der Wehnelt-Blende gestalten muß, um die Strahldaten im außeraxialen Bündel für seine Bedürfnisse zu verbessern.

Vor allem erklärt das Modell, wie es möglich ist, daß sich von außeraxialen Kathodenelementen emittierte Elementarstrahlenbündel zweimal überschneiden können, ohne daß sie einen axialen Brennfleck durchlaufen haben. (Es erklärt also den in l.c.<sup>12</sup>, Bild 1b übertrieben dargestellten Strahlengang.) Voraussagen darüber, ob in einem Hohlstrahlbündel auf der Achse im gesamten Bereich vor der Beobachtungsebene kein Brennfleck auftritt, sind für Untersuchungen über die Erzeugung von Strahlenbündeln mit schmaler Energieverteilung von großer Bedeutung. Über die Anwendung unserer Vorstellungen auf diesen Fall wird an anderer Stelle berichtet.